

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ИССЛЕДОВАНИИ ИСТОРИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

1. Общие положения

Данная работа относится к новому разделу математики – "математические методы в исследовании исторических процессов". Значение пассионарности в истории хорошо показал Гумилёв Л.Н.[1-3]. Возможность построения математической модели распределения пассионарности была показана в [4-6]. Пассионарность явление биологическое, а не социальное[6]. То есть свойства пассионарности не зависят от различных социальных факторов. Значит, создав математическую модель распределения пассионарности, можно её применять для любого исторического периода, любого региона Земли. В данной статье рассмотрена математическая модель распределения пассионарности около стабильной прямой природно–климатической границы. Кратко разберем методику составления этой модели.

Всякая математическая модель составляется на основе данных, полученных в других науках. Эти данные принимаются в виде аксиом, затем из них выводятся математические следствия. Если при этом у модели нет внутренних противоречий и нет противоречий с данными той науки из которой брались аксиомы, то модель считается верной. Для данной модели из истории взяты теория влияния на исторические процессы уровня пассионарности [1-3] и теория ответа на вызов[7]. Из психологии взята теория коллективного бессознательного[8-9]. Из философии взята теория влияния природно-климатических условий на развитие истории [10].

Природные условия проживания в различных регионах различаются, что приводит к миграции наиболее активной части населения. Механизм этой миграции рассмотрен в [4-6]. При этом выявить наличие пассионариев не трудно. Всякая проблема угрожающая большим группам людей приводит к ответной коллективной реакции, проявляющейся на бессознательном уровне. При наличии достаточного количества активных людей (пассионариев) происходит (по закону диалектики о переходе количества в качество) качественный скачек, позволяющий выявить ответную реакцию на основе исторического материала.

При этом около природно-климатических границ (разделяющих освоенные «цивилизованные» области друг от друга) пассионарность распределяется по нормальному закону распределения (см. рисунок 1) [см. 5].

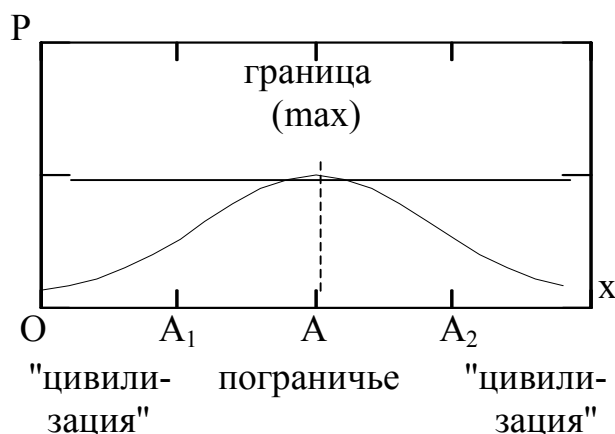


Рисунок 1

Это объяснимо. Нормальное распределение очень часто встречается в природе. Это происходит от того, что этот тип распределения случайных величин встречается тогда, когда на распределение влияет очень много факторов. Этих факторов столь много, что учесть их все почти не представляется возможным. При этом каждый из них не может стать решающим [см. 11].

А что происходит в жизни? В "цивилизованных" областях налажен привычный быт. Там жить удобно. Пассионарии – же хотят изменить жизнь в соответствии с их идеалами. Таким людям трудно ужиться в "цивилизованном мире". Другое дело в пограничье – там пассионарии нужны для борьбы с соседними этносами, для обустройства природы, для поддержания порядка. Там они находят работу, жильё, единомышленников... Любой из этих факторов недостаточен для переезда, но вместе они просто "выталкивают" пассионариев из центральных ("цивилизованных") областей на периферию (в пограничье). Конечно, не все пассионарии переезжают. Некоторым удаётся найти себя в тех немногих профессиях (наука, религия, ...) в которых пассионариям немного легче ужиться. Но таких абсолютное меньшинство. Как видно, это вполне вписывается в определение нормального распределения случайных величин (ведь количество пассионариев в данной точке – величина случайная).

Конечно, всякая теория нуждается в проверке на практике. Поэтому, прежде чем углубляться в изучение этой модели для проверки её правильности были рассмотрены несколько примеров [6,12]. Для этого брались крупные регионы с чётким разделением на природно-климатические области. Так как, рассматриваемая модель не учитывает подвижность границ, то рассматривались регионы, которые были освоены в достаточно короткое время. Конечно, эти территории были заселены и ранее, но народы (племена) издревле жившие там были очень малочисленны. Настолько малочисленны, что их деятельность не смогла привести к сдвигу природно-климатических границ. Эти народы мало влияли на природу, а вот она на них и на первых колонистов (тоже немногочисленных) влияла очень сильно. Вот это влияние и должно было осуществляться по рассматриваемой модели.

Эти примеры подтвердили верность математической модели. Подтвердил очень наглядно. Ведь любой вопрос (научный или религиозный спор,

политические и социальные конфликты, ...) может привести к разделению пассионариев на несколько лагерей. Единственный вопрос – вопрос о независимости Родины – может объединить всех пассионариев, тем самым легко выявляя их наличие. А поскольку в рассмотренных регионах Земли племён было много и каждое из них занимало небольшую территорию, то географию проявления пассионариев легко локализовать по этническому (племенному) признаку.

2. Описание математической модели

Математическая модель распределения пассионарности уже рассматривалась в [5]. Прежде чем подробно изучить эту модель, стоит вкратце повторить её описание. Как уже говорилось вначале статьи, пассионарии концентрируются по границам природно-климатических областей. На рисунке 1 показано сечение графика распределения пассионарности. Сечение проведено перпендикулярно границе. Точка $A \in$ границе. Точки A_1 и A_2 разграничивают "цивилизованные" области от пограничья. Из "цивилизованных" областей пассионарии уезжают и скапливаются в пограничье, поэтому если идти от границы, то именно в этих точках происходит наибольший спад пассионарности. Таким образом это точки перегиба графика и значит отрезок $AA_1 = \sigma$ - среднеквадратичному отклонению пассионарности (P), точка A – соответствует P_{\max} и расстояние $OA = a$ – математическому ожиданию P . Таким образом имеем:

$$P = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad \text{где } \sigma = AA_1 \text{ и } a = OA \quad (1)$$

Но тут возникают сложности. В нормальном распределении случайной величины нет никаких ограничений x [7]. В реальности же эта величина ограничена шириной природно-климатических областей, границу которых мы рассматриваем. Возьмем такую область и проведем сечение перпендикулярно противоположным границам. Для простоты сечения предположим, что эти границы параллельны. Такое сечение показано на рисунке 2.

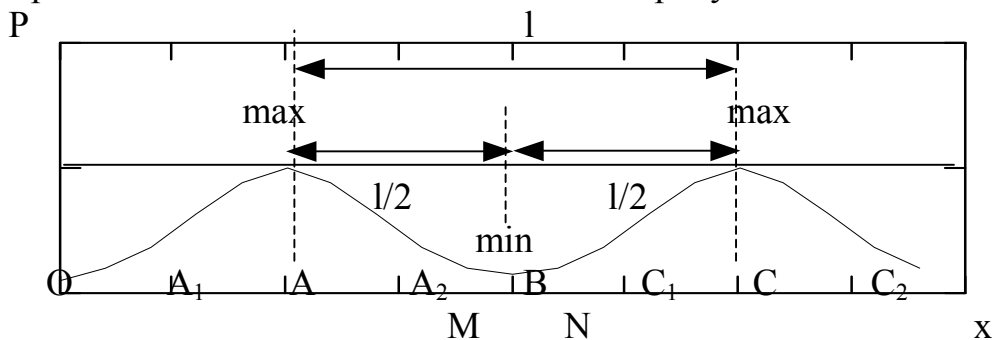


Рисунок 2

Стоит сделать замечание о построении чертежей на всех рисунках этой статьи. Дело в том, что в реальности расстояния AA_2 и C_1C в десятки и сотни раз меньше расстояний A_2B и BC_1 ($AA_1 \ll A_2B$ и $C_1C \ll BC_1$). Построить такой график затруднительно поэтому размер пограничья увеличен, а размер

"цивилизованных" областей – уменьшен. Это делается по аналогии с астрономией, где для постройки макета Солнечной системы размеры Солнца и планет завышены, а расстояния между ними – занижены.

Вероятность переселения пассионариев к границе А и к границе С – одинаковая. Поэтому и число пассионариев у этих границ со стороны области (В) будет одинаково, а минимум графика будет приходиться в точке В – равноудаленную от точки А и точки С. В жизни это будет означать, что пассионарии с любой точки $M \in AB$ будут в основном сосредотачиваться в окрестности точки А, а пассионарии с любой точки $N \in BC$ будут в основном сосредотачиваться в окрестности точки С. Конечно, часть пассионариев точки М попадает в окрестность точки С, а часть пассионариев точки N попадет в окрестность точки А, но их число незначительно и взаимно компенсируется. В окрестности же точки В пассионарии не будут задерживаться и их число там близко к нулю. Таким образом, распределение пассионарности (Р) зависит от расстояния АС. При стабильных границах пассионарии сосредоточатся в их окрестностях (примерно поровну в каждой из них).

Для наглядности представим две природно-климатические области, заселенные недавно (1-2 поколения назад) людьми одинакового происхождения и границу между этими двумя областями. Из-за одинаковых условий заселения число пассионариев, родившихся в любой точке этих двух областей будет одинаково и график Р будет прямой линией (рисунок 3). Затем пройдет время, пассионарии перераспределятся, но их число не изменится (рисунок 4).

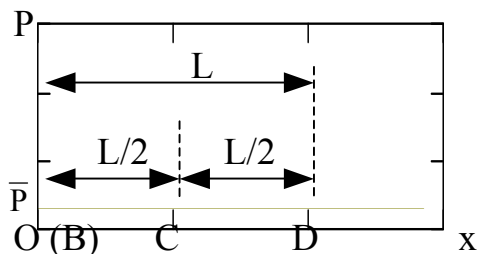


Рисунок 3

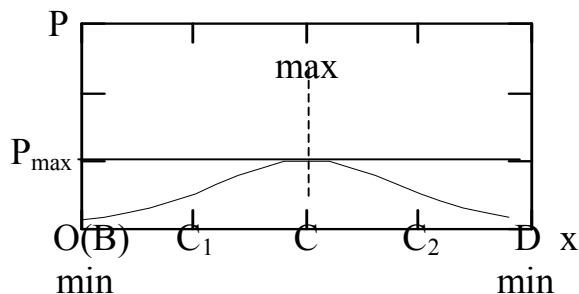


Рисунок 4

То есть число пассионариев на отрезке ВСР в момент, запечатленный на рисунке 3 и в момент запечатленный на рисунке 4 будет одним и тем же, а значит площадь фигур, ограниченных графиками Р и осью ОХ (далее - просто фигуры) на отрезке ВD будут равны. И формула (1) изменится так:

$$P = A \cdot \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \text{ где } A \cdot \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} = P_{\max} \text{ - амплитуда} \quad (2),$$

А зависит от площади фигур, т.е. А - функция от S.

По "правилу 3-х σ " площадь фигуры, ограниченной осью ОХ, графиком нормального распределения случайной величины (в данном случае – Р) и прямыми $x = a \pm 3\sigma$ будет $S=0,9973$, то есть свыше 99,5% от площади не ограниченной прямыми $x = a \pm 3\sigma$. Значит, если $CB > 3CC_1$, то площадь фигуры на рисунке 3 приблизительно равна площади фигуры на рисунке 4, то есть:

$$\bar{P} \cdot L \approx \int_c^b A \cdot \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx, \quad \text{где } b=OD, L=BD, c=OB, (3)$$

\bar{P} - среднее значение пассионарности на отрезке BCD. Для простоты пока будем считать L и \bar{P} - const. Поскольку, как говорилось выше, $CB \gg CC_1$, то

$$\int_c^b \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}} dx \approx 1 \quad (4)$$

и формулу (2) можно представить в виде:

$$A=L \cdot \bar{P} \quad (5)$$

Следует заметить, что однородность первоначального распределения \bar{P} делает модель более наглядной, но не имеет решающего значения. Если население областей В и D уже много поколений проживает там, то по законам наследственности большая часть пассионариев будет рождаться у границы, а не в центре областей. Но это приведет только к тому, что перераспределение пассионарности пройдет с меньшей интенсивностью миграций. Результат (показанный на рисунках 1,2 и 4) не изменится, так как не изменятся те факторы, которые на этот результат влияют. Значит, данная математическая модель не зависит от фактора времени и около данной стационарной границы данных природно-климатических областей всегда будет получаться один и тот же результат (если там будут жить люди).

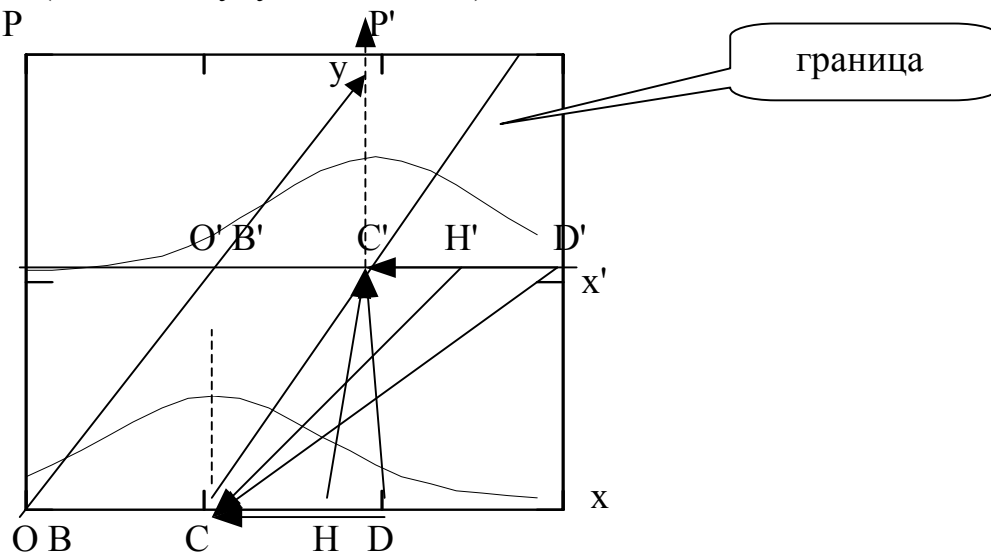


Рисунок 5

Надо пояснить, почему учитываются передвижение пассионариев только перпендикулярно границе и не учитываются передвижения под острым углом к ней. Для этого посмотрим на рисунок 5. Там указана граница (CC') и два сечения модели, перпендикулярных границе (BCD и B'C'D'). До сих пор рассматривались перемещения вдоль векторов **BC, DC, B'C'** и **D'C'**. Но вполне возможны и перемещения вдоль вектора **DC'**. Действительно ведь точка D находится в центре "цивилизованной" области, а точка C – в пограничье. Но разница между точками D и C и разница между точкой D' и точкой C

одинаковая. Поэтому вероятность миграции пассионариев вдоль вектора DC' и вероятность миграции вдоль вектора $D'C$ - одинаковы, а значит эти миграции взаимно компенсируются.

Всё это относится не только к центральным районам "цивилизации" (точка D и точка D'), но и к любой точке H , лежащей внутри "цивилизованных" областей. Конечно, возможны переселения пассионариев вдоль вектора HC' . Но в сечении $B'C'D'$ обязательно существует точка H' , положение в которой аналогично положению точки H . И поэтому вероятность переселения вдоль вектора HC' и вероятность переселения вдоль вектора $H'C$ одинаковы, а значит эти потоки переселений также взаимно компенсируются. Поэтому можно рассматривать различные сечения математической модели распределения пассионарности, не учитывая их взаимное влияние.

3. Амплитуда

Для наглядности представим две природно-климатические области, заселенные недавно (1-2 поколения назад) людьми, приехавшими из одной и той же области, и границу между этими двумя областями. Область E в k раз (а область R - в n раз) больше области B . Из-за одинаковых условий заселения число пассионариев, родившихся в любой точке этих двух областей будет одинаково и график P будет прямой линией (рисунок 6). Затем пройдет время, пассионарии перераспределятся, но их число не изменится (рисунок 7). То есть число пассионариев на отрезке ECR в момент запечатленный на рисунке 6 и в момент запечатленный на рисунке 7 будет одним и тем же, а значит площадь фигур на отрезке ER будут равны. Высота графика на рисунке 6 будет одинакова - \bar{P} , а вот ширина изменится (по сравнению с рисунком 1) в k раз слева и в n раз справа. Соответственно изменится и площадь фигуры. А это площадь равна числу пассионариев с каждой стороны границы.

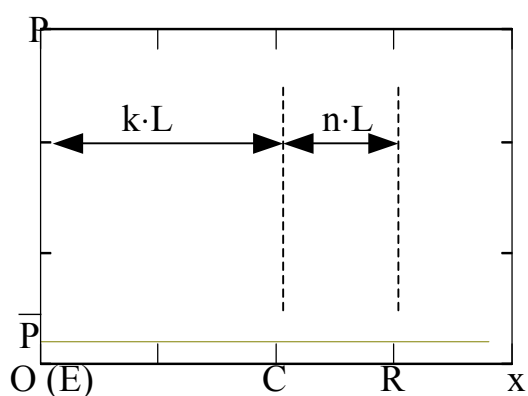


Рисунок 6

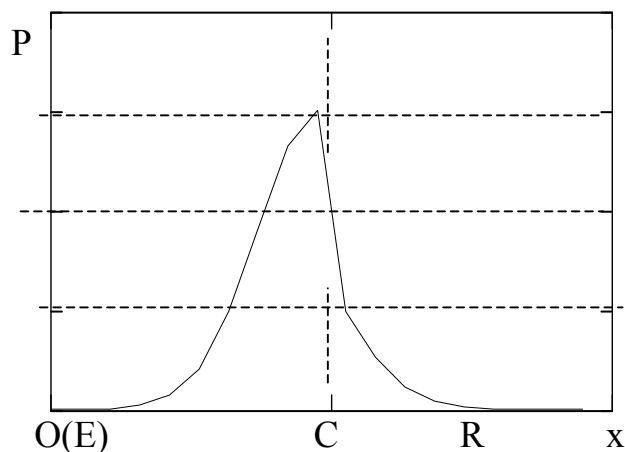


Рисунок 7

Если предположить непроницаемость для людей природно-климатической границы, то левая часть графика на рисунке 7 соответствует формуле

$$P = k \cdot A \cdot \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \text{ где } x \leq OC \quad (6)$$

а правая часть графика соответствует формуле

$$P = n \cdot A \cdot \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \text{ где } x \geq OC \quad (7)$$

Во-первых, при $x = OC$ получается два значения P , во-вторых, между этими значениями получается скачок. Этого не может быть. Значит в жизни природно-климатическая граница проницаема для людей, в том числе и пассионарных, что повлияет на график распределения P .

Так как в формулах (6) и (7) различается только амплитудный коэффициент $A_E = k \cdot A$ и $A_R = n \cdot A$, то для простоты построим график этого коэффициента (рисунок 8). Хорошо видно как должен измениться график, чтобы стать плавным. Пересекать природно-климатическую границу легче человеку, живущему вблизи и наоборот – трудно для человека живущего вдали от нее. Это психологический фактор: человек, живущий на такой границе, хорошо знает природу соседней области. И хотя она не становится ему родной, он знает как там жить, как приспособиться к ней, чтобы она (природа) не доставляла ему неудобств. Человек же, незнакомый с природой соседней области, жить там не сможет. Если он не энергичен, то он погибнет, а если энергичен – доберется до родной области. Но прижиться в чужой природной области он еще долго не сможет. Значит пересекать границу будут только пассионарии, проживающие в пограничье. То есть график A (а значит и график P) будет изменяться только на отрезке C_1C_2 , а вне этого отрезка останется как можно ближе к исходному.

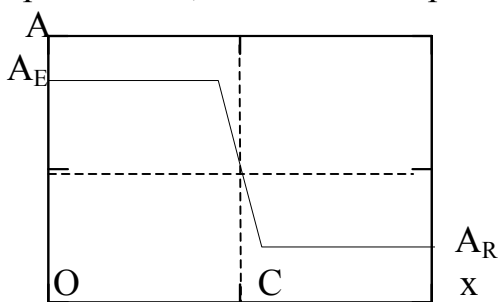


Рисунок 8

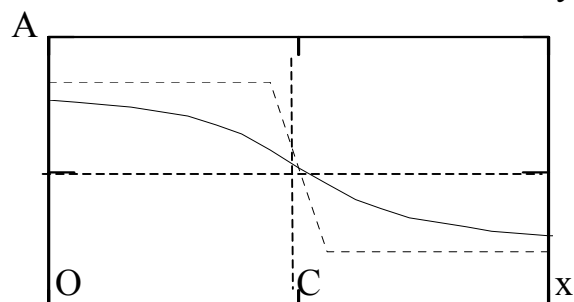


Рисунок 9

Математически это выглядит так. Вне C_1C_2 реальный график будет стремиться к графику начерченному на рисунке 8, как к асимптотам. Внутри C_1C_2 график будет быстро искривляться проходя среднее значение в точке C (которая будет и точкой перегиба). Этот график показан на рисунке 9 и соответствует формуле

$$A = \min(A_E, A_R) + \frac{A_E - A_R}{\pi} \cdot \text{arcctg } Z, \text{ где } Z = \frac{x - OC}{CC_1} \cdot 10, \quad (8)$$

или

$$A = \frac{A_E + A_R}{\pi} + \frac{A_E - A_R}{\pi} \cdot \text{arcctg } Z, \text{ где } Z = \frac{x - OC}{CC_1} \cdot 10 \quad (9)$$

Легко заметить, что формулы (8) и (9) описывают одну и ту же функцию. Её график показан на рисунке 9. Остается подставить значение A из формулы (8)

или (9) в формулу (2). Получается формула распределения пассионарности вблизи границы, разделяющей области разной величины. Учитывая формулу (5) получаем

$$P = A \cdot \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad \text{где } A = \bar{P} \cdot L \cdot \left[\frac{k+n}{2} + \frac{n-k}{\pi} \cdot \arctg\left(\frac{x-OC}{CC_1} \cdot 10\right) \right], \quad (10)$$

а вспомнив, что $OC = a$ и $CC_1 = \sigma$, получим

$$P = A \cdot \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad \text{где } A = \bar{P} \cdot L \cdot \left[\frac{k+n}{2} + \frac{n-k}{\pi} \cdot \arctg \frac{10 \cdot (x-a)}{\sigma} \right]. \quad (11)$$

График функции описанной формулой (11) изображен на рисунке 10.

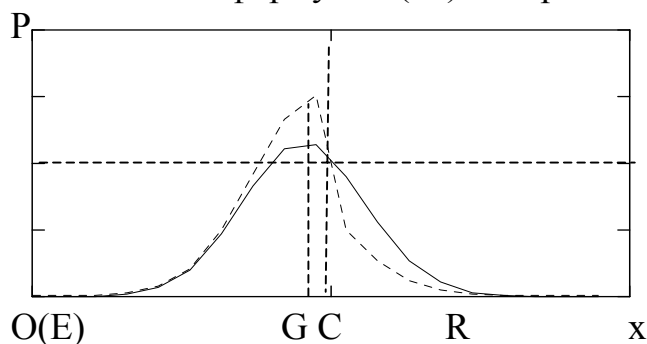


Рисунок 10

Пунктиром на рисунке 10 изображен график с рисунка 7. Хорошо видно, что вне пределов отрезка C_1C_2 изменений почти нет, а внутри C_1C_2 изменения тем больше, чем ближе к границе (проходящей через точку C). При этом максимум сместился в сторону более широкой области (стал в точке G). В жизни это означает доминирование на этом участке границы пассионариев из большей области E. Переселение пассионариев из C_1C в CC_2 означает смещение этнической (а иногда и государственной) границы относительно границы природно-климатической в сторону меньшей области R. Следует вспомнить, что однородность первоначального распределения \bar{P} делает модель более наглядной, но не имеет решающего значения (см. [6]). Значит, данная математическая модель не зависит от фактора времени и около данной стационарной границы данных природно-климатических областей всегда будет получаться один и тот же результат (если там будут жить люди).

Итак, полностью рассмотрена математическая модель распределения пассионарности около стабильной прямой природно-климатической границы. Эта модель является базовой, и более сложные математические модели распределения пассионарности рассматриваются, опираясь именно на эту модель.

Библиографический список

1. Гумилёв Л.Н. Конец и вновь начало. М «Танаис Ди – Дик», 1998.
2. Гумилёв Л.Н. Тысячелетие вокруг Каспия. М «Танаис Ди – Дик», 1998.
3. Гумилёв Л.Н. Этногенез и биосфера Земли. М «Танаис Ди – Дик», 1998.
4. Некрасов Ю.Ю. Историометрия – новое приложение математики. //Вестник ВКТУ, 1999 №2.
5. Некрасов Ю.Ю. Различные подходы математиков к исследованию исторических процессов. //Вестник ВКТУ, 2000 №2.

6. Некрасов Ю.Ю. Базовая математическая модель распределения пассионарности. //Вестник ВКТУ, 2000 №4
7. Тойнби А.Дж. Постижение истории. М. «Прогресс», 1991.
8. Юнг К.Г. Аналитическая психология. М. «Мартис»,1995.
9. Юнг К.Г. Психологические типы. М. «Универсальная книга»,1996
10. Ильин И.А. Собрание сочинений (в 10-ти томах).М. «Русский бульвар»,1999
11. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М. «Высшая школа», 1999.
12. Некрасов Ю.Ю. Распределение пассионарности на границе двух природно-климатических областей. //Вестник ВКТУ, 2000 №3