

МЕТОДЫ ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ СРЕДСТВАМИ РАЗЛИЧНЫХ СРЕД ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Никитина О.А.

БГПУ, г.Барнаул

[oan@uni-altai.ru](mailto: oan@uni-altai.ru)

В процессе преподавания курса информатики встает вопрос о выборе среды для проведения численных расчетов. При решении задач связанных с использованием численных методов используют среду программирования TPascal и табличный процессор Excel, математический пакет MathCad, среду MatLab. В среде MatLab имеется достаточно большое количество пакетов (Toolboxes), приспособленных для решения самых разнообразных задач, например: решение алгебраических и дифференциальных уравнений, поиск экстремумов, решение задач интерполяции и аппроксимации, вычисление определенных интегралов и т.д.

Остановимся подробнее на разделе «Численное интегрирование» в средах программирования TPascal и MatLab. Методы численного интегрирования, основаны на замене подынтегральной функции интерполяционным многочленом. Это позволяет приближенно заменить определенный интеграл интерполяционной суммой. В зависимости от способа ее вычисления получаются разные методы численного интегрирования:

- методы прямоугольников;
- метод трапеций;
- метод Симпсона.

Методы прямоугольников

На практике используют следующие методы прямоугольников:

- левых прямоугольников $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{h} (f(a) + f(x_1) + K + f(x_{n-1}));$
- правых прямоугольников $\int_a^b f(x)dx \approx \frac{b-a}{h} (f(x_1) + f(x_2)K + f(b));$

Пример: Вычислите по формуле прямоугольников интеграл от функции

$$f(x) = \frac{-\sqrt{x^2 + 3x - 1}}{x} \text{ в границах от } a=1 \text{ до } b=1.5 \text{ при заданном } n=10.$$

Программа вычисления интеграла по методу левых прямоугольников на языке программирования **TPascal**

```

uses crt;
const
    a=1; b=1.5;n=10;
var
    i:integer;
    s,h,x:real;
function f(x:real):real;
begin
    f:=-sqrt(sqr(x)+3*x-1)/x;
end;
begin
    clrscr;
    h:=(b-a)/n;
    x:=a;
    s:=f(x);
    writeln(x:2:2);
    writeln(s:2:3);
    for i:=1 to n-1 do
        begin
            x:=x+h;
            writeln(x:2:2);
            s:=s+f(x);
            writeln(s:2:3);
        end;
    s:=s*h;
    writeln('интеграл по формуле прямоугольников равен ',s:4:4);
end.

```

Результаты выполнения программы

$$\int_1^{1.5} \frac{-\sqrt{x^2 + 3x - 1}}{x} dx = -0.8347$$

Вычисление интеграла по методу левых прямоугольников в среде **MatLab**

```

a=1; b=1.5;n=10;
h=(b-a)/n;
x=[a:h:b]
s=0;

```

```

for i=1:n-1
    s=s+(-sqrt(x(i).^2+3*x(i)-1)./x(i))
end;
s=s*h

```

Результаты выполнения программы

$$\int_1^{1.5} \frac{-\sqrt{x^2 + 3x - 1}}{x} dx = -0.8353$$

Таким образом можно вычислить интеграл в рассмотренных средах, причём в среде MatLab написание программ в соответствии с ее синтаксисом намного упрощается.

Метод трапеций

Рассматривая метод трапеций можно заметить явные преимущества использования среды MatLab при проведении численных расчетов. Нет необходимости написания большой программы, т.к. существует встроенная функция `trapz(x, y)`-вычисляющая значение интеграла по формуле трапеций, где x -значение аргумента функции, y -значение функции.

`cumtrapz(x, y)`- вычисляет значение интеграла по формуле трапеций, причем выдает промежуточные результаты

При вычислении интеграла используют формулу трапеций

$$\int_a^b f(x)dx \approx h \left(\frac{f(a) + f(b)}{2} + f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_{n-1}) \right)$$

Пример: Вычислите по формуле трапеций интеграл от функции

$$f(x) = \frac{-\sqrt{x^2 + 3x - 1}}{x} \text{ в границах от } a=1 \text{ до } b=1.5 \text{ при заданном } n=10.$$

Программа вычисления интеграла по методу трапеций на языке программирования **TPascal**

```

uses crt;
const
    a=1; b=1.5;n=10;
var
    i:integer;
    s,h,x:real;
function f(x:real):real;
begin
    f:=(-sqrt(sqr(x)+3*x-1))/x;

```

```

end;
begin
clrscr;
    h:=(b-a)/n;
    x:=a;
    s:=(f(a)+f(b))/2;
    writeln(x:2:2);
    writeln(s:2:3);
    for i:=1 to n-1 do
        begin
            x:=x+h;
            writeln(x:2:2);
            s:=s+f(x);
            writeln(s:2:3);
        end;
    s:=s*h;
    writeln('интеграл по формуле трапеций равен ',s:4:4);
end.

```

Результаты выполнения программы

$$\int_1^{1.5} \frac{-\sqrt{x^2 + 3x - 1}}{x} dx = -0.8314$$

Вычисление интеграла по методу левых прямоугольников в среде **MatLab**

```

a=1; b=1.5; n=10;
h=(b-a)/n;
x=[a:h:b];
y=-sqrt(x.^2+3*x-1)./x;
cumtrapz(x, y)

```

Полученный результат

$$\int_1^{1.5} \frac{-\sqrt{x^2 + 3x - 1}}{x} dx = -0.8314$$

Метод Симпсона

Формула Симпсона:

$$\int_a^b f(x) \approx \frac{b-a}{6n} (f(a) + f(b) + 4(f(x_1) + f(x_3) + \dots + f(x_{2n-1})) + 2(f(x_2) + f(x_4) + \dots + f(x_{2n-2})))$$

Функция вычисления интеграла по формуле Симпсона в среде MatLab имеет вид:

quad('f',a, b, eps), где f-функция интегрирования, a, b-пределы интегрирования, eps-относительная погрешность (по умолчанию 10^{-3}).

Вычисления по данной формуле, используя среду MatLab, намного упрощаются, т.к. в данной функции уже заложено вычисление шага интегрирования методом двойного пересчета.

Пример: Вычислить по формуле Симпсона интеграл от функции $f(x) = \frac{\lg(x^2 + 0.8)}{x + 1}$ в границах от a=2.5 до b=3.3 с точностью равной 0.0001.

quad('log(x.^2+0.8)./(x+1)', 2.5, 3.3, 0.0001)

$$\int_{2.5}^{3.3} \frac{\lg(x^2 + 0.8)}{x + 1} = 0.4543$$

Таким образом, из приведенного сравнительного анализа можно сделать вывод, что использования различного типа алгоритмов дает большие возможности и наименьшие временные затраты. Операторы программирования среды MatLab позволяют легко реализовать алгоритмы, связанное с численными методами, а использование графики среды MatLab, позволяют наглядно отобразить геометрическую интерпретацию используемого метода, что существенно закрепляет теоретический материал выполняемой работы.

Список рекомендуемой литературы:

- 1.Абрамкин Г.П. Основы численных методов. Учебное пособие. –Барнаул, Изд-во БГПУ, 1999. –192с.
- 2.Мэтьюз Дж. Г. Численные методы. Использование MatLab: Пер. с англ. Под ред Ю.В. Козаченко. 3-е изд. М.: Вильямс, 2001. –713с.