

Федеральное агентство по образованию

Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Барнаульский государственный педагогический университет»

Краевое государственное общеобразовательное учреждение
лицей-интернат «Алтайский краевой педагогический лицей»

«РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ, СОДЕРЖАЩИХ ПАРАМЕТРЫ»

программа, обзор и краткое содержание
элективного курса для учащихся 11 классов

Автор: Варкентина Татьяна Ивановна,
учитель математики

Барнаул 2006

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Задачи, содержащие параметры являются своего рода критерием усвоения учебного материала. Они присутствуют в вариантах выпускных экзаменов за курс общеобразовательной школы и во вступительных тестовых заданиях по математике. В школьном курсе алгебры и начал анализа такие задачи рассматриваются, но в виде отдельной темы они не выделены, поэтому у учителей чаще всего нет возможности уделить им должного внимания.

Цель данного курса – создание условий для формирования знаний и умений, необходимых для решения таких задач, формирования целостного представления о методах их решения, рассмотрение различных типов заданий, подготовка учащихся к выпускным экзаменам. Для этого необходимо решить следующие задачи:

- систематизировать и обобщить ранее изученный материал и рассмотреть его на более высоком уровне сложности,
- изучить методы и способы решения различных типов задач,
- формировать у школьников умения применять свои знания из разных разделов школьного курса математики для конструирования способа решения задачи в нестандартной ситуации,
- формировать действия самоконтроля у школьников,
- развивать логическое мышление школьников,
- развивать творческие способности школьников при конструировании способов решения задач высокого уровня сложности,
- воспитывать рациональность и креативность мышления учащихся.

Курс предназначен для учащихся 11 классов, профильно или углубленно изучающих математику. Объем курса – 60 часов (2 часа в неделю).

Курс включает в себя развернутую программу, обзор и краткое содержание занятий, материалы для интерактивных семинарских занятий, разбор заданий, тесты и задания для самоконтроля, методический блок для педагогов.

План курса:

1. Что такое параметр? (2 часа: урок-семинар);
2. Решение линейных уравнений и неравенств, содержащих параметры (6 часов: уроки-семинары, уроки-практикумы);
3. Решение квадратных уравнений и неравенств, содержащих параметры (10 часов: уроки-семинары, уроки-практикумы, урок самостоятельной работы);
4. Свойства функций (6 часа: уроки-семинары, уроки-практикумы, урок самостоятельной работы);
5. Производная и ее применения (6 часа: уроки-семинары, уроки-практикумы, урок самостоятельной работы);
6. Параметры в тригонометрии (8 часов: уроки-семинары, уроки-практикумы, урок самостоятельной работы);
7. Решение показательных и логарифмических уравнений и неравенств, содержащих параметры (10 часов: уроки-семинары, уроки-практикумы, уроки самостоятельной работы);
8. Решение задач ЕГЭ, содержащих параметры (12 часов: уроки-практикумы, уроки самостоятельной работы, урок-контрольная работа).

СОДЕРЖАНИЕ КУРСА**Что такое параметр? (2 часа)**

Цель: создание условий для понимания того факта, что параметр хотя и фиксированное число, но неизвестное.

На занятии предполагается решение простейших задач, которые показывают, что параметр – это фиксированное число, но неизвестное (может принимать различные значения), при этом необходимо уделить внимание записи ответа (соответствия вывода и требования задачи).

Например, решение задач типа:

1. Сравнить числа a и $-a$.
2. Решить уравнение $(a^2-1)x = a-1$.
3. Решить неравенство $|x-5| \neq 1-a^2$.

Также на занятии предполагается рассмотрение различных типов задач:

- при каком значении параметра уравнение, неравенство, система имеют определенное количество решений или не имеют их,
- при каком значении параметра решением уравнения, неравенства, системы является заданное множество действительных чисел (при каких значениях параметров a и b прямые $ax + 2y = -1$ и $10x - 6y = b + 3$ не имеют общих точек),

- как параметр влияет на равносильность уравнений, неравенств, систем (при каких значениях параметра b уравнения $\sin x = b - 3$ и $\sqrt{x + 3} = 2b + 1$ равносильны)

Решение линейных уравнений и неравенств, содержащих параметры (6 часов)

Цель: создание условий для формирования знаний и умений для решения различных типов задач, содержащих линейные уравнения и неравенства с параметрами.

На занятии предполагается рассмотреть задачи, обозначенные на предыдущем занятии, но более высокого уровня сложности.

1. Найти все значения параметра, при котором прямые $(a + 2)x + (a - 3)y + 2a - 1 = 0$ и $(a - 1)x + (2a - 6)y - (a - 1) = 0$ параллельны.
2. Решить уравнение $(a^2 - 4)x = a + 2$.
3. Решить неравенство $|x - 2| \leq a$.

Решение квадратных уравнений и неравенств, содержащих параметры (10 часов)

Цель: создание условий для формирования знаний и умений для решения различных типов задач, содержащих квадратные уравнения и неравенства с параметрами.

На занятии предполагается рассмотреть задачи, обозначенные на предыдущем занятии, но более высокого уровня сложности.

1. При каком значении параметра квадратный трехчлен является полным квадратом $y = x^2 - ax + a - 1$?
2. Указать все значения параметра $a \neq 0$, при которых графики функций имеют две общие точки, если $y = |3x^2 + ax|$ и $y = -\frac{a}{6}$.
3. Указать значения параметра, при которых уравнение $x^4 + (1 - 6a)x^2 + a^2 - 9$ имеет два различных корня.
4. Найти наибольшее значение параметра a , при котором неравенство $2x^2 - 4x - 2 \geq a$ верно для любого действительного x .

Свойства функций (6 часа)

Цель: создание условий для формирования умений применять свойства функций при решении задач, содержащих параметры.

На занятии предполагается рассмотреть задачи, связанные с такими свойствами функций, как четность, периодичность, монотонность, экстремальные свойства (точки максимума, минимума, экстремумы

функции), задачи, в которых необходимо найти область определения, множество значений функции.

Например, следующие задачи.

1. Найти наибольшее целое значение параметра a , при котором функция

$$y = \frac{a+4}{3}x^3 - ax^2 + 2x(a-3) \text{ убывает на всей числовой прямой.}$$

2. При каких значениях параметра a функция $y = f(x+a)$ является нечетной, где $f(x) = 3^x - \frac{27}{3^x}$

3. При каких значениях параметра a число $\frac{\pi}{2}$ является периодом функции

$$y = \frac{\cos 2x}{3a + \sin 2x} ?$$

Производная и ее применения (6 часа)

Цель: создание условий для формирования умений применять производную функций при решении задач, содержащих параметры (задачи на касательную, на нахождение критических точек функции, на наибольшее и наименьшее значение функции).

Например, следующие задачи.

1. При каком значении параметра касательная, проведенная к графику функции $y = 2x + \frac{a}{x}$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$, параллельна прямой $y = -5x + 4$?

2. При каком значении параметра a значения функции $y = x^3 - 6x^2 + 9x + a$ в точке $x=2$ и в точках экстремума, взятые в некотором порядке, образуют геометрическую прогрессию?

3. при каких значениях параметра a функция $y = (a+2)x^3 - 3ax^2 + 9ax - 2$ монотонно убывает на всей числовой оси?

Параметры в тригонометрии (8 часов)

Цель: создание условий для формирования умений решать различные виды тригонометрических уравнений и неравенств, а также применять свойства тригонометрических функций.

Например, следующие задачи.

1. Найти значения параметра, при котором данное уравнение имеет решение $\cos 2x + a \sin x = 2a - 7$.

2. Решить уравнение $\frac{1 - 2\sin^2 x}{1 + \sin 2x} = (a-1)\operatorname{tg} x$.

3. При каких a промежутки $[0, a]$ содержит не менее трех корней уравнения $2\cos 2x - |1 + 2\sin x| = 1$?

Решение показательных и логарифмических уравнений и неравенств, содержащих параметры (10 часов)

Цель: создание условий для формирования умений решать различные виды логарифмических и показательных уравнений и неравенств, а также применять свойства логарифмических и показательных функций.

Например, следующие задачи.

1. Найти значения параметра, при которых уравнение имеет единственный корень $\lg(x^2 + 2xp) - \lg(8x - 6p - 3) = 0$.
2. Найти значения параметра, при которых наименьшее решение неравенства $\log_a(x - 3a) \geq 2$ равно 10

Решение задач ЕГЭ, содержащих параметры (12 часов)

Цель: создание условий для обобщения и систематизации знаний и умений по теме элективного курса, формирования у школьников умения применять свои знания из разных разделов школьного курса математики для конструирования способа решения задачи в нестандартной ситуации, рассмотрение решений заданий ЕГЭ блоков В и С.

Список литературы:

1. Беспрозванных В.К., Никифорова Е.Г.
Сборник задач для подготовки к централизованному тестированию, единому государственному экзамену по математике. Ч.1/Алт. гос. техн. ун-т им. И.И.Ползунова. – Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 2002
2. Беспрозванных В.К., Никифорова Е.Г.
Сборник задач для подготовки к централизованному тестированию, единому государственному экзамену по математике. Ч.2/Алт. гос. техн. ун-т им. И.И.Ползунова. – Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 2002
3. Вересова Е.Е. и др.
Практикум по решению математических задач: Учеб.пособие для пед.ин-тов, - М.: Просвещение, 1979
4. Виленкин Н.Я. и Шварцбурд С.И.
Математический анализ. Учеб. пособие для IX-X кл. сред. школ с матем. специализацией. Изд.2-е. М., Просвещение, 1973
5. Виленкин Н.Я. и др.
Алгебра и начала анализа для 10 класса: Учеб.пособие для учащихся шк. и кл. с углубл.изуч. математики/ Н.Я.Виленкин, О.С.Ивашев-Мусатов, С.И.Шварцбурд. – 5-е изд. – М.: Просвещение, 1997
6. Горнштейн П.И., Полонский В.Б., Якир М.С.
Задачи с параметрами. 3-е издание, дополненное и переработанное. – М.: Илекса, Харьков: Гимназия, 2002
7. Единый государственный экзамен: математика: сб.заданий/ [Л.О.Денищева, Г.К.Безрукова, Е.М.Бойченко и др.]. – М.: Просвещение, 2005
8. Задачи повышенной трудности по алгебре и началам анализа: Учеб.пособие для 10-11 кл.сред.шк./ Б.М.Ивлев, А.М.Абрамов, Ю.П.Дудницын, С.И.Шварцбурд. – М.: Просвещение, 1990
9. Ивлев Б.М. и др.
Дидактические материалы по алгебре и началам анализа для 10 класса/Б.М.Ивлев, С.М.Саакян, С.И.Шварцбурд.– М.: Просвещение, 1990
10. Ивлев Б.М. и др.
Дидактические материалы по алгебре и началам анализа для 11 класса/Б.М.Ивлев, С.М.Саакян, С.И.Шварцбурд. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 1995
11. Крамер В.С.
Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры. – М.: Просвещение, 1990
12. Сборник задач по математике для поступающих в вузы/ В.К.Егеров, В.В.Зайцев, Б.А.Кордемский и др.; под ред.М.И.Сканави. – 6-е изд. – М.: ООО «Издательский дом «ОНИКС 21 век»: ООО «Издательство «Мир и Образование», 2004
13. Сборник конкурсных задач по математике для поступающих во втузы. Под ред. М.И.Сканави. Учеб.пособие. 1997

14. Шарыгин И.Ф.
Математика. Для поступающих в вузы: Учеб.пособие. – М.: Дрофа, 1995
15. Шарыгин И.Ф.
Факультативный курс по математике. Решение задач: Учеб.пособие для 10 кл. сред. шк. – М.: Просвещение, 1989
16. Варианты единого государственного экзамена.